opción

Revista de Antropología, Ciencias de la Comunicación y de la Información, Filosofía, Lingüística y Semiótica, Problemas del Desarrollo, la Ciencia y la Tecnología

Año 36, diciembre 2020 N° 93-2

Revista de Ciencias Humanas y Sociales

ISSN 1012-1587/ ISSNe: 2477-9385
Depósito Legal pp 198402ZU45

Universidad del Zulia
Facultad Experimental de Ciencias
Departamento de Ciencias Humanas
Maracaibo - Venezuela

opción
Revista de Ciencias Humanas y Sociales

ISSN 1012-1587/ ISSNe: 2477-9385
Depósito legal pp. 198402ZU45
Portada: Esperaré por ti (detalle)
Artista: Rodrigo Pirela
Medidas: 40 x 50 cm
Técnica: mixta/tela
Año: 2014

Opción, Año 36, Regular No.93-2 (2020): 948-956
ISSN 1012-1587/ISSNe: 2477-9385

NOTA TÉCNICA

Solución de ecuaciones simultáneas cuando el número de variables es mayor que el número de ecuaciones

Giovanni E. Reyes*
Universidad Del Rosario, Bogotá, Colombia

Resumen

Se presenta una metodología para encontrar soluciones a casos de ecuaciones simultáneas en los cuales el número de incógnitas o variables a determinar, es mayor que el número de ecuaciones que componen el sistema. Además, se discuten las características principales de las ecuaciones simultáneas y funciones. Como un elemento particular de esta investigación, se resuelve –con restricciones específicas**-** un sistema de ecuaciones simultáneas en el cual se tienen tres incógnitas y una sola ecuación. La principal contribución de este estudio va más allá del postulado clásico de las matemáticas según el cual, el número de ecuaciones simultáneas debe ser igual o mayor que el número de variables a determinar. Es una contribución en el ámbito del álgebra como generalización de la aritmética y como parte de los componentes previos al cálculo diferencial e integral.

Palabras clave: sistema de ecuaciones simultáneas, álgebra, teoría de funciones.
Clasificación JEL: C30, C36, C39.

Solution of simultaneous equations when the number of variables is greater than the number of equations

Abstract

The fundamental aim of this study is to present a methodology to obtain solutions in the case of problems involving simultaneous

*Ph.D. en Economía para el Desarrollo y Relaciones Internacionales de la Universidad de Pittsburgh, con certificados de post-grado de las Universidades de Pennsylvania y Harvard en Estados Unidos y de la Escuela de Altos Estudios Comerciales (HEC) de París, Francia. Ha sido investigador de la Universidad de Maastricht; en Holanda; ha sido profesor distinguido, director del programa de doctorado, y actualmente Director Académico de la Escuela de Administración y profesor titular de la Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia e-mail: giovanni.reyes@urosario.edu.co
Recibido: 19-07-2020 •Aceptado: 15-10-2020

equations in which the number of unidentified variables is greater than the number of equations in a given system. In addition, this paper discusses core features regarding the theory of functions. As a particular element of the model presented here, a system of three variables with a single equation and a solution on those conditions is attained, using particular restrictions. The main contribution of this study exceeds the classical mathematical approach concerning the usual claim that to solve a system of simultaneous equations, the number of these equations must be equal to or greater than the number of variables to be determined. It is a contribution in the field of algebra as a generalization of arithmetic and prior to foundations belonging to differential and integral calculus.

Keywords: simultaneous equation systems, algebra, theory of functions.
JEL Classification: C30, C36, C39.

INTRODUCCIÓN

Uno de los postulados clásicos de la teoría de las ecuaciones simultáneas, establece que el número de variables, o incógnitas, a determinar debe ser igual o menor que el número de ecuaciones o funciones que le son propias al sistema (Biler, 2011; Shilov, 2012; Ferrer, 2015).

El argumento fundamental a sostener en este estudio, es que es posible resolver –con determinadas restricciones- un sistema en el cual el número de variables es mayor al número de ecuaciones del cual se dispone. El objetivo de esta investigación es presentar un modelo de solución en las condiciones señaladas.

En el caso del modelo discutido en esta investigación, se tomarán en cuenta variables y funciones del campo de los números reales, más que variables complejas. Como parte de la estructura de las ecuaciones o funciones, dado este nivel de análisis, no se utilizan funciones diferenciales ni matriciales.

1. FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL

La teoría de las funciones es un componente fundamental y muy estudiado de la teoría general de las relaciones matemáticas. Uno de los rasgos esenciales de las funciones es que constituyen un subconjunto de las relaciones, caracterizado por el hecho de que un elemento del dominio, tiene uno y sólo un componente del contra-dominio. En términos de representación gráfica, cada elemento de las abscisas (x´s) que componen el dominio, tiene una sola correspondencia con el contra-dominio (elementos de y´s u ordenadas).

Desde la perspectiva de la formulación y comprensión de las matemáticas se tiene la secuencia estricta, mediante la cual lo inicial a comprender es el ámbito de la aritmética o campo específico, es decir concreto. A partir de allí se tiene la generalización de la aritmética que está dada por el álgebra, no obstante que esta generalización es estática (Ketelaar, 2018; Navarro, 2017).

El cálculo, como tercer componente de esta secuencia, sería la generalización dinámica del álgebra, tanto en sus componentes diferenciales como integrales. Los problemas más desarrollados del cálculo culminan con sistemas de optimización –aplicaciones de Lagrange- o bien con métodos de ecuaciones diferenciales. Esto es, ecuaciones en las cuales las variables, más que pertenecer a los campos de los números reales o complejos, están constituidas por derivadas de diferentes grados (Navarro, 2017; Reyes, 2018).

Las técnicas del álgebra en general, permiten resolver problemas de cuatro tipos de ecuaciones: (i) enteras de primer grado; (ii) fraccionarias de primer grado –en realidad, de manera estricta, las fraccionarias involucran a las enteras, debido a que 5 = (5/1); (iii) ecuaciones cuadráticas o de segundo grado; y (iv) ecuaciones o funciones simultáneas. Es de este último tipo del cual se ocupa la presente investigación (Johnsonbaugh, 2011; Espinoza, 2012).

2. DESARROLLO DE UN MODELO PARA SOLUCIÓN DE CASOS DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS EN LAS CUALES EL NÚMERO DE VARIABLES ES MENOR QUE EL NÚMERO DE ECUACIONES DEL SISTEMA

Proposición 1:

$$STS\prod_{i=1}^{i=n}(\Sigma a \rightarrow n)_i = Eca(1) \rightarrow n(1) + Eca(n) \rightarrow n(n)\left\{\sum_{Sol\, i=1}^{Sol\, i=n} ST > (DetCr)_i\right\} \ldots (1)$$

Conforme el modelo (1), se tiene que la solución total del sistema (STS) de ecuaciones simultáneas de conformidad con el **planteamiento clásico**, se tiene al encontrar los valores de “a” a “n”. Para ello se tienen las Eca(1), ecuaciones 1, hasta la Eca(n), establecidas conforme la secuencia de solución. Con base en esto, puede tenerse al final, una integración de las variables conforme las soluciones totales. Nótese como el sistema de ecuaciones es mayor que las variables a determinar con el método Cramer (DetCr).

Siempre en el caso del modelo (1), al final, lo que se hace explícito es la utilización de los determinantes de Cramer (DetCr). No obstante, como se sabe, existen otros métodos para la resolución de problemas de ecuaciones simultáneas, tales como (i) suma y resta; (ii) substitución; e (iii) igualación.[1]

El método de Cramer, no obstante, puede ser muy útil en la solución de problemas de mayor complejidad. En el mismo se establece el determinante general del sistema –método derivado del álgebra de matrices- y este valor será el denominador para encontrar la cuantificación de cada una de las incógnitas consideradas de manera individual. Ejemplo: valor de “x” será = (determinante de “x” / determinante general) (Úbeda, 2018).

Corolario 1

A partir de la proposición 1, se tiene que, de conformidad con la teoría general de funciones, sí y sólo sí es posible encontrar una

---

[1]Al respecto para más información y discusión de estos temas fundamentales, véase: Ferrer, Jesús (2015). *Análisis Matemático*. Madrid, España: ACCI editores; en especial capítulo III: Funciones Reales y Cálculo; y
Shilov, Gerard (2012). *Mathematical Analysis: A Special Course*. New York, USA: Pergamon Press, en particular Capítulo IV: Cálculo de Variaciones.

solución al sistema de ecuaciones, en tanto el número de variables a determinar –o incógnitas- sea igual o menor que el número de ecuaciones del sistema de simultáneas.

Proposición 2

Se considera aquí el modelo propuesto

$$STS\prod_{i=1}^{i=n}(\Sigma a \rightarrow n)_i = Eca(1) \rightarrow n(1)\ tal\ que\ Eca(n) < n(variables)\left\{\sum_{Sol\ i=1}^{Sol\ i=n} ST \approx (MetDirRest)_i\right\} \quad (2)$$

El modelo (2) establece el **modelo propuesto en este estudio**. Se trata esencialmente que las soluciones generales se pueden basar en que el número de ecuaciones “n”, son menores que el “n(variables)”. Además, es de notar que en la última parte del modelo (2) se establece el (MetDirRest), lo que significa la utilización de métodos directos con restricciones.

Corolario 1

Es posible resolver un sistema de ecuaciones simultáneas, tal que el número de variables sea mayor que el número de ecuaciones del sistema, o que, de manera inversa, las ecuaciones n sean en número menor a las variables. Para ello se utilizarán métodos directos de restricciones.

Ejemplo:

Sea el sistema:

$$a + \left(\frac{1}{b + \frac{1}{c}} \right) = \frac{56}{25} \dots\dots (3)$$

Como puede evidenciarse, el sistema tiene tres variables a determinar o incógnitas (a, b y c) y una sola ecuación. Utilizando aplicación de restricciones se tendría que (56 / 25) = 2 (6/25); es decir 2.24. Con la restricción deductiva se tendría que ***a debe ser 2***, y que el fragmento:

$$\left(\frac{1}{b + \frac{1}{c}} \right) = 0.24, o\ bien = \frac{6}{25} \dots\dots (4)$$

Una simplificación con base en denominador común "c", da lugar a:

$$\left(\frac{1}{b + \frac{1}{c}} \right) = \left(\frac{c}{bc + 1} \right) = \frac{6}{25} \rightarrow c = 6; y\ (bc + 1) = 25 \dots\dots (5)$$

A partir de la expresión (5) ***se tiene que c es 6***; y que bc aumentado en una unidad debe ser 25; (*bc + 1 = 25*)

$$(bc + 1) = 25; \rightarrow \left(b(6)\right) = 24; \rightarrow b = \left(\frac{24}{6}\right); \rightarrow b = 4 \ldots\ldots (6)$$

De manera que se han encontrado los valores de tres variables originales a partir de una sola ecuación, siendo estos valores: a = 2, b = 4 y c = 6.

CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

El modelo propuesto en este documento aumenta las posibilidades de resolución de ecuaciones simultáneas más allá del planteamiento clásico fundamentado en que en tales sistemas, el número de ecuaciones debe ser igual o mayor al número de variables a identificar.

Lo que el modelo propuesto aquí utiliza son métodos directos de restricciones, los cuales no se aplican de manera generalizada, sino que su práctica debe obedecer al estudio de los casos clínicos o específicos que se presenten. Con todo, el modelo presentado permitió encontrar los valores de tres variables o incógnitas a partir de una sola ecuación que las contenía.

El método aplicado de restricciones debe ser secuencial. De esa manera el descubrimiento de una variable que funciona como antecedente, permite descubrir mediante el procedimiento de cada etapa –cada una de ellas dedicada al descubrimiento de la variable respectiva- el conjunto total de las variables involucradas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BILER, Piotr. 2012. **Problems in Mathematical Analysis**. CRC Press. Boca Ratón, Florida (USA).

ESPINOZA, Eduardo. 2012. **Análisis Matemático para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería**. EdukPerú. Lima (Perú).

FERRER, Jesús. 2015. **Análisis Matemático**. ACCI Editores. Madrid (España).

JOHNSONBAUGH, Richard. (2011). **Foundations of Mathematical Analysis**. Dekker, Publish. New York, (USA).

KETELAAR, Christian. 2018. **Análisis Matemático: Cuaderno de Trabajo**. CreateSpace, Editores. California (USA).

LÓPEZ, Gustavo. 2008. **Funciones Generalizadas y Teoría de las Distribuciones**. Universidad del Guadalajara, Guadalajara (México).

NAVARRO, Joaquín. 2017. **Euler: del Simple Cálculo al Análisis Matemático**. RBA, Editores. Madrid, (España).

REYES, Giovanni; GOVERS, Mark y RUWARD, Dirk. 2018. “A Mathematical and Conceptual Model Regarding Social Inclusion and Social Leverage”, En **Mediterranean Journal of Social Sciences**, Vol. 9, No. 3, pps. 9-16.

SHILOV, Gerard. 2012. **Mathematical Analysis: A Special Course**. Pergamon Press. New York (USA).

ÚBEDA, Manuel. 2018. **Teoría de las Funciones Analíticas**. EDUAL Almería (España).

VILLA, Gabriel. 2013. **Introducción a la Teoría de las Funciones Algebraicas**. Fondo de Cultura Económica México, D.F. (México).

UNIVERSIDAD DEL ZULIA

opción

Revista de Ciencias Humanas y Sociales

Año 36, N° 93-2 (2020)

Esta revista fue editada en formato digital por el personal de la Oficina de Publicaciones Científicas de la Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia.
Maracaibo - Venezuela

www.luz.edu.ve

www.serbi.luz.edu.ve

produccioncientifica.luz.edu.ve